

L'erreur du procureur ?

L'énoncé ci-dessous repose sur un fait réel qui s'est passé aux États-Unis en 2006 (rapporté par Franck Duckworth, "Lies and statistics", Teaching Statistics, 2006, 28-2, p. 34-39). Il s'agit, lors d'un procès, d'interpréter les résultats d'un test ADN suite à un viol.

Mme X a été violée ; des analyses ADN fournissent le profil ADN du violeur.

On fait le test ADN sur Mr Y et on trouve le même profil ADN que celui du violeur. Le test n'est pas fiable à 100 %. Le laboratoire d'analyse précise en dessous des résultats : "la probabilité qu'un innocent ait le même profil ADN que celui du violeur est de 1 sur 3 millions."

Mme X ne reconnaît pas Mr Y comme son agresseur ; pourtant, le procureur le condamne puisque, dit-il, "la probabilité que Mr. Y soit innocent est de 1 sur 3 millions."

L'avocat de Mr Y conteste l'argument du procureur : "il ne faut pas confondre *la probabilité qu'un innocent ait le même profil ADN que le violeur* avec *la probabilité qu'une personne ayant le même profil ADN que le violeur soit innocente*".

Mr Y fait appel mais, finalement, sur les conseils de son avocat, plaide coupable en appel.

Que pensez-vous de ce débat ?

Solution :

Soit I l'événement "Mr Y est innocent", A l'événement "le profil ADN de Mr Y est le même que celui du violeur". L'information du laboratoire se traduit par : $P_I(A) = 1/3\,000\,000$

On pose x la probabilité de I (appelée probabilité a priori de I) et on cherche la probabilité sachant A de I (probabilité a posteriori de I). Cette nouvelle probabilité tient compte de l'information A .

En utilisant la formule de Bayes, on obtient : $P_A(I) = x / (x + 3\,000\,000(1 - x))$.

probabilité a priori x	0.990	0.995	0.999	1
probabilité a posteriori	0.00003	0.00007	0.00033	1

Interprétation

S'il est sûr et certain que Mr Y est innocent (probabilité a priori égale à 1) alors l'information A ne modifie pas la probabilité que Mr Y soit innocent.

En revanche, s'il y a le moindre doute sur la culpabilité de Mr Y, alors l'information A rend la culpabilité de Mr Y fortement probable. C'est peut-être la raison pour laquelle l'avocat de Mr Y lui a conseillé de plaider coupable.

Il ne faut pas confondre en effet : *la probabilité qu'un innocent ait le même profil ADN que le violeur*, ici $P_I(A)$, avec *la probabilité qu'une personne ayant le même profil ADN que le violeur soit innocente*, ici $P_A(I)$.